

Approche Globale Dynamique du Risque de Taux d'une Compagnie d'Assurance-Vie

E. Demerle (1) & L. Bouaziz (2)

(1) PREDICA, 50/56 rue de la Procession, 75015 Paris, France

(2) ARCAS, France

Résumé

Dans le cadre d'une étroite surveillance de ses risques, PREDICA, Compagnie d' Assurance-vie filiale du Crédit-Agricole, a le souci de protéger la valeur de marché de son actif net - différence entre la valeur de marché des actifs et celle des passifs - contre les effets néfastes des variations de taux d'intérêt, en mettant en oeuvre une politique vigoureuse d'adéquation des durées entre placements et engagements et en se dotant des moyens de calcul adéquats.

C'est dans ce but qu'elle a confié à la société d'études ARCAS, Arbitrage and Consulting in Asset Strategy, la réalisation d'un modèle global actif-passif qui fait l'objet de cette contribution.

A partir du portefeuille d'obligations et des contrats de capitalisation en cours, le modèle calcule la sensibilité de l'actif et du passif sur la base d'une représentation de la structure à terme des taux Cox, Ingersoll et Ross.

L'originalité du modèle consiste à prendre en compte à la fois la revalorisation des contrats par le jeu de la PAB (participation aux bénéfices), ainsi que les rachats survenant en cours de vie de contrats. Les rachats suivent une loi normale de la différence : taux offert par concurrence - taux offert par compagnie - pénalité fiscale facultative (clients rationnels ou non). Revalorisation et sorties étant gouvernés en partie par l'actif, le modèle suppose d'abord une durée arbitraire de l'actif, tire des scénarios de taux C.I.R., calcule les PAB, génère les rachats, en déduit une première sensibilité du passif, puis réitère le calcul autant de fois qu'il est nécessaire pour obtenir une précision suffisante.

L'intérêt d'un tel modèle en définitive est double pour la Compagnie:

- Il lui permet d'opérer une politique de placements en toute connaissance de cause
- La réalisation de simulations permet de mesurer ex-ante quelles seraient les conséquences sur les comptes de la Compagnie d'un krack boursier, d'un mouvement des taux d'intérêt, ou d'un changement de comportement des souscripteurs.

Un modèle précieux donc, tant il est vrai qu'en matière de gestion financière : gérer, c'est prévoir.

Summary

A Global Dynamic Approach to Interest Rate Risk for a Life Assurance Company

Within the context of close monitoring of its risks, PREDICA, a life assurance subsidiary of Crédit Agricole, is involved with protecting the market value of its net assets - the difference between the market value of its assets and liabilities - against the adverse effects of variations in the interest rate, by implementing a dynamic policy of matching durations between investments and liabilities by the use of appropriate calculation methods.

It is with this aim in mind that they commissioned ARCAS, Arbitrage and Consulting in Asset Strategy, to conduct an overall asset/liability model, which is the subject of this contribution.

From this portfolio of liabilities and the ongoing capitalisation contracts, the model calculates the sensitivity of assets and liabilities on the basis of a representation of the term structure of interest rates using the Cox, Ingersoll and Ross (C. I. R.) model. The originality of the method lies in the fact that it takes account of both the revaluation of contracts by P. A. B. (profit-sharing) as well as the surrenders which take place during the life of contracts. Surrenders follow a normal distribution for the value: rate offered by competition minus rate offered by company minus optional tax penalty (clients rational or otherwise). Since the revaluation and surrenders are governed partly by assets, the model presupposes firstly an arbitrary asset duration, sets the C. I. R. rate scenario, calculates the P. A. B., generates the surrenders, derives a first approximation for the liabilities, then repeats the calculation as many times as is necessary to obtain a suitable accuracy.

The value of a definitive model of this sort is two-fold for the Company:

- it allows it to operate a well-informed investment policy
- the producing of simulations allows the effects on the Company of a stock market crash, a movement in the interest rate or a change in policyholders' behaviour to be measured *ex-ante*.

It is therefore a valuable model since it is true in financial management matters that good management means good foresight.

1- PRELIMINAIRE

Parmi la littérature spécialisée, on voit apparaître de plus en plus fréquemment des articles qui adoptent un ton sévère, voire alarmiste, pour évoquer la situation des compagnies d'assurance-vie et traiter des risques qu'elles encourent .

Les articles de portée générale ne manquent pas de souligner que la forte décrue des taux des années 80 associée à la bonne santé de l'économie mondiale a apporté une manne financière surabondante aux compagnies d'assurance et a masqué le déficit technique des produits. Ces auteurs mettent en avant la hausse des taux sur les 2 dernières années (de 8,50 % à 10,50 % en France) pour attirer l'attention sur le risque encouru par une compagnie d'assurance-vie imprévoyante en cas de forte remontée des taux. Certaines mises en garde sont même adressées aux banquiers qui lancent d'attrayants produits (Plan d'Epargne populaire) sans en avoir mesuré peut-être tout le danger potentiel.

Les articles plus techniques cherchent tout d'abord à bien définir les risques (risque de cliquet et vague de rachat) et à analyser les circonstances dans lesquels ils surviennent, puis à proposer des méthodes d'immunisation variées.

La correspondance établie entre le passif et l'actif au sein d'un même univers stochastique des taux constitue l'originalité et l'apport essentiel du modèle présenté dans cet article. En effet :

- La sensibilité du passif se calcule à partir de la sensibilité d'un actif virtuel qui conditionne la revalorisation des contrats et les sorties anticipées.
- L'actif et le passif sont évalués sur la base d'un même modèle dynamique de la structure à terme des taux, le modèle Cox, Ingersoll et Ross.

2- LE RISQUE DE TAUX D'UNE COMPAGNIE D'ASSURANCE-VIE

Cette première partie se propose de faire un bref rappel du cadre problématique de la gestion financière en assurance-vie.

En empruntant au vocabulaire de la philosophie, un observateur averti dirait que les tensions qui s'exercent sur le résultat d'une compagnie d'assurance-vie sont de nature dialectique. Le caractère fluctuant des taux d'intérêt est à l'origine d'un conflit incessant entre les placements à taux fixe et les placements à taux variable, ce dilemme cornélien étant alimenté par le courant des nouvelles souscriptions croisant les remboursements et les sorties anticipées.

Le risque de taux est un risque dialectique, à double tranchant.

Si le portefeuille est investi à taux variable, la valeur de marché des actifs n'est pas affectée par les mouvements de taux puisque le revenu est variable, mais il y a un risque, en cas de baisse des taux, de ne pas servir le taux minimum garanti : ce risque s'appelle l'effet de cliquet.

Si le portefeuille est investi à taux fixe, le revenu futur du portefeuille, constant, permet de s'affranchir du risque de cliquet, mais en cas de hausse des taux, la Participation Aux Bénéfices (PAB) ne peut être améliorée, sauf au détriment du résultat et des fonds propres; si des rachats surviennent, la vente d'actifs en perte peut entamer la solvabilité de la compagnie. Une vague de rachats peut théoriquement conduire à la faillite.

Pour illustrer cet aspect dual du risque, on a disposé en parallèle sur le tableau 1 les deux risques avec leurs caractéristiques, leurs stratégies d'immunisation, et les dangers associés à ces stratégies. Suite au tableau, quelques commentaires développent les règles essentielles de mise en oeuvre de ces stratégies, précisent quelles en sont les imperfections, et permettent de conclure qu'un usage mixte des deux stratégies est sans doute la voie dans laquelle on doit s'engager pour se rapprocher d'un meilleur ratio risque/rentabilité, même si cela conduit à une politique très délicate en terme de gestion.

- TABLEAU D'IDENTIFICATION DES 2 RISQUES DE TAUX -

Risque	Effet de cliquet	Vague de rachat
Contexte	Investissement trop court Baisse des taux	Investissement trop long Hausse des taux
Contrainte	Taux minimum garanti	Revalorisation PAB / concurrence
Structure portefeuille immunisé	Portefeuille taux fixe adossé en duration	Portefeuille taux variable corrélé à la PAB
A surveiller	Rebalancement successifs pour convergence duration	Evolution PAB / taux variable
Problème de la stratégie d'immunisation	Danger vague de rachats	Danger taux minimum garanti

- TABLEAU 1 -

Commentaires sur les 2 risques de taux

La vague de rachat pose un double problème :

- revalorisation de la PAB
- besoin de trésorerie

Le besoin de trésorerie induisant la vente de titres à taux fixes peut précipiter les comptes de la compagnie dans le rouge : dans un contexte de hausse de taux, les moins-values peuvent être considérables tout en n'étant pas provisionnées (titres achetés sous le pair).

Un matelas de titres taux variable est un bon amortisseur de besoin de trésorerie et un bon moteur de revalorisation de la PAB. Pour que cette stratégie réussisse pleinement, il faut étudier auparavant la sensibilité de la PAB que l'on souhaite distribuer :

- au niveau des taux longs (marché obligataire)
- au niveau du taux "sans risque" (sicav monétaire, livret de Caisse d'Épargne)
- à différents indicateurs macro-économiques, inflation...

La composition optimale du portefeuille taux variable découle alors naturellement des connaissances apportées par cette étude.

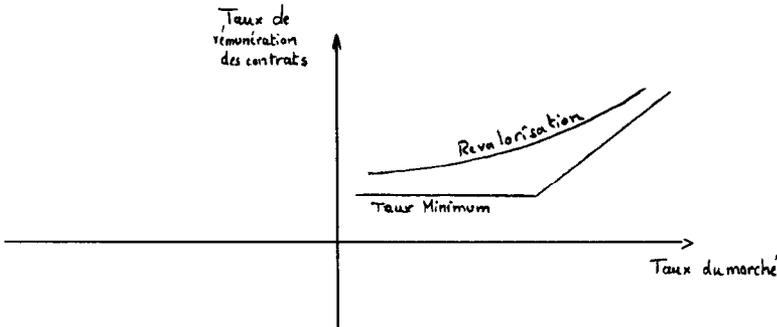
L'effet de cliquet est un risque dont on s'affranchit en théorie en investissant à taux fixe avec une durée calculée sur l'espérance de vie des contrats. Satisfaisante à première vue, cette approche comporte deux difficultés, qui font qu'en pratique on ne pourra effacer totalement l'aléatoire dans les résultats futurs.

La première difficulté, structurelle, provient de l'estimation de la durée de vie des contrats; celle-ci va naturellement dépendre de l'évolution des taux dans l'avenir, qui reste inconnue. Or, une hausse des taux poussera sans aucun doute plus de souscripteurs au rachat qu'une baisse des taux. L'horizon de durée, contrairement à ce que voudrait la théorie, n'est donc pas connu avec certitude.

La deuxième difficulté, d'un ordre plus pratique, provient de la nécessité de réinvestir les coupons et de rebalancer son portefeuille régulièrement pour coller à l'horizon prévu. Si la théorie de la duration fonctionne bien pour des courbes de taux qui se translatent vers le haut ou vers le bas sans se déformer, les distorsions réelles des taux vont introduire, au fil du temps, un biais inévitable.

L'usage mixte de taux fixe et de taux variable conduit à une analogie remarquable avec la théorie des options (Cf. 9ème opus cité en bibliographie)

En effet, comme on le pressent, la composition idéale du portefeuille est un équilibre entre une part taux fixe et une part taux variable. Dans un mouvement de baisse des taux, une gestion prudentielle consisterait à augmenter la partie taux fixe. A l'inverse, en cas de hausse des taux, on augmenterait la part taux variable. Le bilan final s'apparente alors naturellement au schémas classique de "profit and loss" d'une option.



CONCLUSION

Les différents éléments qui viennent d'être cités convergent vers une idée transcendante : les taux d'intérêts gouvernent simultanément l'actif et le passif, qui vivent tous deux en symbiose à l'intérieur du bilan.

Seul un modèle unifié peut donc prétendre à rendre compte des périls que l'on fait courir aux fonds propres face à l'univers incertain des taux.

3- PRESENTATION DU CONTRAT PREDICA

PREDICIS est un contrat d'assurance-vie présentant certaines analogies avec les SPDA (Single Premium Deferred Annuity) que l'on peut rencontrer aux Etats-Unis : il offre au souscripteur la possibilité de placer son argent à un taux fixé contractuellement et ce, pour une durée maximum égale à l'horizon contractuel, par exemple 8 ans; cependant le souscripteur garde la possibilité de dénoncer le contrat pendant toute sa durée de vie.

On commence, d'ores et déjà à cerner le risque de taux auquel cette clause de rachat au gré du souscripteur expose la compagnie PREDICA.

C'est à peu près là que s'arrête l'analogie avec les SPDA américains car le contrat PREDICIS renferme bien d'autres charmes qui font le délice de celui qui doit en estimer le risque de taux.

En effet, le contrat PREDICIS n'est pas un instrument à taux fixe : le seul taux qui soit fixé contractuellement, c'est le taux minimum garanti, i.e. PREDICA s'engage, quoiqu'il arrive, à verser au souscripteur un taux minimum de 6% par exemple. Cependant, la réglementation française prévoit qu'au moins 85 % des bénéfices que fera PREDICA en investissant le montant des souscriptions sur les marchés soient réservés aux souscripteurs : c'est ce qu'on appelle la Participation Aux Bénéfices (P.A.B.).

La prise en compte de cette P.A.B. est bien entendu fondamentale dans l'analyse du risque de taux puisque c'est cette PAB qui va "dissuader" les souscripteurs de racheter leur police d'assurance dans la mesure où les rendements offerts sur le marché sont suffisamment supérieurs au taux minimum garanti par PREDICA.

Signalons qu'un souscripteur qui rachèterait sa police moins de 4 ans après l'avoir contractée n'aurait aucun droit à la PAB.

PREDICIS est vendu comme un contrat 8 ans avec options de sortie détenue par le souscripteur qui peut être exercée à tout moment jusqu'au terme légal du contrat. Cependant, la valorisation de cette option s'avère complexe.

En effet, ce n'est qu'au terme des 8 ans que les intérêts servis (PAB comprise) sont exempts de tout impôt. Une fiscalité dégressive, lourde, voire dissuasive les 4 premières années (35%), est appliquée aux polices rachetées avant leur terme.

La fiscalité est donc une composante clé du produit que toute modélisation raisonnable doit prendre en compte : c'est elle qui "freine les sorties" et a donc un effet déterminant sur la durée des engagements.

Le produit étant à présent mieux connu, il est possible d'en aborder la modélisation.

4- MODELISATION

Il s'agit de modéliser à la fois le comportement des taux d'intérêt, celui du gestionnaire obligataire de PREDICA et celui des souscripteurs, ces deux derniers étant intimement liés.

Afin de prendre en compte fidèlement toutes les spécificités du contrat ainsi que leur impact sur la durée des engagements, il est nécessaire de coller le plus possible à la réalité. On a donc cherché à répliquer à l'aide d'un programme et d'un ordinateur qui calcule suffisamment vite, ce qui se passerait dans le futur pour divers scénarios de taux d'intérêt et pour des comportements "raisonnables" de la part des souscripteurs et de PREDICA. Dans de telles conditions, il est naturel de recourir à une méthode de type Monte-Carlo.

4-a Principes généraux

Le but du modèle est d'immuniser les fonds propres de PREDICA contre les variations de taux.

A cet effet, une stratégie dynamique d'immunisation en durée a été adoptée.

C'est pourquoi le modèle détermine la durée que doivent avoir les actifs de PREDICA (i.e. le portefeuille obligataire) afin d'égaliser celle du passif (i.e. les engagements vis-à-vis des souscripteurs).

Le principe, dans ses grandes lignes, est le suivant :

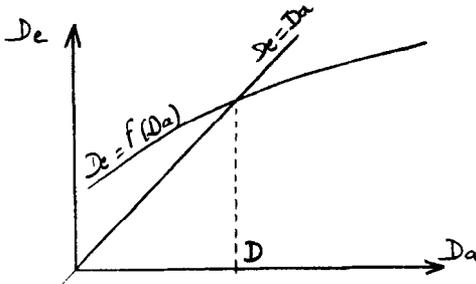
On commence avec un portefeuille obligataire de durée arbitraire; ce portefeuille induit des PAB qui conditionnent à leur tour les rachats éventuels de la part des souscripteurs. Ces flux de sortie dans divers scénarios de taux permettent de mesurer la durée des engagements.

Le schéma est donc le suivant :

Duration	=>	Calcul	=>	Flux	=>	Duration
des actifs		des PAB		de sortie		des engagements

Or, il n'y a aucune raison pour que la durée des engagements ainsi calculée soit telle que si on impose cette durée à l'actif, alors la durée à l'actif et la durée des engagements qui en découlerait par le processus décrit ci-dessus coïncident.

En fait, on voit que la durée des engagements (notée D_e) est fonction de la durée des actifs (notée D_a) :



Le problème est donc de trouver D vérifiant

$$D = F(D)$$

soit mathématiquement parlant, de trouver un point fixe de F , ce qui sera fait par approximations successives.

Rentrons à présent dans le détail de l'algorithme.

4-b Modélisation des taux d'intérêt

Il est évidemment nécessaire de disposer d'un générateur de scénarios de taux courts compatibles avec la gamme des taux prévalant à la date à laquelle est faite la simulation (puisque les paramètres du processus sont estimés sur cette gamme) et qui donne sous une forme analytique la gamme zéro-coupons. Signalons aussi que le modèle de Cox, Ingersoll et Ross a le mérite d'interdire les taux d'intérêt négatifs. Ce dernier point a son importance puisque les simulations de type Monte-Carlo sont très coûteuses en temps de calcul et il est donc crucial de réduire, partout où c'est possible, la longueur des calculs.

Mentionnons enfin pour mémoire le processus du taux court :

$$dr = C(\theta - r) dt + \sigma \sqrt{r} dz$$

où : - r désigne le taux court.

- C est une constante de rappel qui ramène le taux court vers sa tendance de long terme θ dès qu'il s'en éloigne trop.

- σ est la volatilité du taux court.

- dz est un terme de perturbation aléatoire.

P (r, t, T) désigne le prix d'un zéro-coupon de maturité T à la date t lorsque le taux court est r.

Selon Cox - Ingersoll - Ross :

$$P (r, t, T) = A (t, T) \exp(-rB(t, T))$$

$$A (t, T) = \frac{2g \exp ((C+g) (T-t)/2)}{(C+g) (\exp (g(T-t)) - 1) + 2g} \frac{2 C\theta}{\sigma^2}$$

$$B (t, T) = \frac{2 \exp (g (T - t)) - 1}{(g+C) (\exp (g (T - t)) - 1) + 2g}$$

$$g = \sqrt{C^2 + 2 \sigma^2}$$

(en faisant l'hypothèse que la prime de risque est nulle)

4-c Modélisation du comportement des souscripteurs

C'est une étape incontournable puisque les rachats de contrats qui diminuent la durée des engagements sont directement fonction de ce comportement.

Dans un souci de bannir autant que faire se peut l'arbitraire dans une telle démarche, la modélisation essaie de paramétrer ce comportement et de renvoyer à une étude statistique pour déterminer ces paramètres.

On distingue 2 grandes catégories de souscripteurs :

- Les rationnels qui sont sensibles aux "frottements", i.e. à la fiscalité, aux frais de sortie, aux imperfections de marché...
- Les irrationnels qui ne se basent que sur le différentiel de rendement entre PREDICIS et d'autres placements concurrents.

Les individus de chaque catégorie vont élaborer, à tout instant, un "indice de décision" en fonction duquel ils vont déterminer leur comportement (rachat ou non).

Le cas rationnel :

$$D = C - M - PAB - F/h$$

- D désigne l'indice de décision

- C désigne le rendement qu'offre un produit concurrent. Selon le type clientèle, ce produit concurrent pourra être un produit obligatoire, un contrat d'assurance-vie dans une compagnie concurrente ou tout autre produit de substitution jugé comme tel.

Là encore, le choix a été laissé de manière à ce que l'utilisateur du modèle décide en fonction de son appréciation et de sa connaissance de la clientèle.

Ce rendement est appréhendé à tout instant sur la gamme des taux cohérente avec le taux court qui prévaut à la date considérée et dans le scénario considéré.

- M désigne le taux minimum garanti.

- La PAB ici utilisée est la PAB moyenne que le souscripteur anticipe sur la durée restant à vivre de son contrat. Cette PAB peut être déterminée à partir du passé dans la mesure où la compagnie essaie d'avoir une politique de distribution de PAB aussi régulière que possible.

- F désigne tous les "frottements" déjà évoqués ci-dessus.

En effet, l'investisseur rationnel va tenir compte de son droit ou non à la PAB, de la fiscalité qui va être appliquée à ses gains, des frais dûs à son report éventuel sur un autre instrument...

- h désigne l'horizon, i.e. la maturité restant à vivre au contrat à la date considérée.

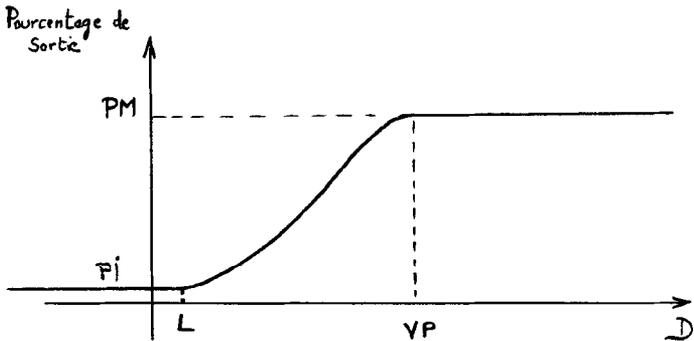
La composition de cet indice n'est pas le fruit du hasard mais résulte tout simplement du calcul de la différence linéarisée de la capitalisation sur l'horizon restant à vivre d'1 FF investi dans un produit concurrent et de la même somme laissée h années de plus sous forme PREDICIS.

Le cas irrationnel :

$$D = C - M - PAB.$$

Ces indices étant calculés, il faut pouvoir les relier au pourcentage de contrats qui vont être rachetés à la date considérée, ce qui va se faire via une fonction de sortie.

Plusieurs éléments nous guident dans le choix de cette fonction : premièrement elle doit être croissante (plus le différentiel de rendement est au profit de la concurrence, plus nombreux doivent être les rachats); elle doit présenter un seuil de saturation ajustable inférieur à 100% (car quoiqu'il arrive, il y a au maximum 100% des contrats qui peuvent être rachetés); ces considérations, associées à la volonté de n'avoir à estimer qu'un nombre restreint de paramètres, nous ont amené à retenir une fonction du type "normale cumulée" :



La courbe s'interprète de la manière suivante :

- si l'indice de décision $D < L$, alors le pourcentage des rachats vaut P_i , P_i représentant le pourcentage incompressible des souscripteurs qui, pour une raison de liquidité par exemple, rachètent leur police d'assurance.

- Si $L < D < VP$ (VP désignant la Valeur Plafond au delà de laquelle l'indice de décision n'influe plus sur le pourcentage de sorties), alors le pourcentage croît avec D .

- Si $D > VP$, alors le pourcentage de sorties est égal au pourcentage maximum de sorties (PM). PM peut fort bien être inférieur à 100 % dans la mesure où certains souscripteurs n'ont aucune volonté de racheter leur contrat avant leur terme (pour des raisons fiscales par exemple).

Ainsi, on voit que la modélisation tente d'allier un certain réalisme à un souci d'opérationnalité. En effet, il eut été facile, sur le plan théorique, de donner aux souscripteurs une mémoire plus explicite que celle qui leur a été donnée par le biais de la composante PAB de l'indice de décision. Mais plus nombreux sont les paramètres à estimer, plus leur estimation est sujette à caution.

4-d Calcul de la sensibilité de la valeur de marché des engagements

On sait désormais calculer les pourcentages de rachat à un instant quelconque.

Examinons à présent comment le modèle utilise ces pourcentages de rachat pour obtenir la sensibilité de la valeur de marché.

On se place désormais sur un scénario de taux fixé, i.e. une trajectoire du processus du taux court. On connaît donc sur cette trajectoire, la valeur du taux court à tout instant (dans la pratique, il faut bien entendu discrétiser le processus). On connaît aussi les gammes de taux tout au long de cette trajectoire. Si l'on se donne une durée initiale pour le portefeuille obligataire, ce qui revient à dire que sur

un pas de temps suffisamment petit, on assimile le portefeuille à un zéro coupon unique de maturité la durée du portefeuille obligataire, il est facile, par lecture sur la gamme des taux d'en inférer, pour le pas de temps considéré, le rendement du portefeuille obligataire et par conséquent d'obtenir les PAB et de calculer les pourcentages de rachat. On impose une stratégie de rebalancement du portefeuille obligataire telle que sa durée décroisse linéairement depuis sa valeur initiale jusqu'à 0 à maturité du contrat. Il suffit alors de faire la même chose en chaque point de la trajectoire discrétisée du processus du taux court et on obtient donc les flux de sortie. Un calcul immédiat de valeur actuelle permet alors d'obtenir la valeur de marché des engagements.

Par itération sur différents scénarios de taux d'intérêt générés par le modèle de Cox, Ingersoll et Ross, on déduit une valeur de marché moyenne des engagements.

On effectue alors un choc sur la gamme des taux initiale et on recommence les opérations décrites précédemment de manière à obtenir une valeur de marché moyenne des engagements après le choc.

On en infère immédiatement la sensibilité, qu'on traduit facilement en terme de durée (ce qui est plus parlant), car disposant de la gamme des taux, il est facile de lire la maturité du zéro-coupon de même sensibilité que celle des engagements précédemment calculée.

Par approximations successives, on détermine alors la durée d'"immunisation".

4-e Problèmes pratiques de mise en oeuvre de la démarche proposée.

Naturellement, la mise en oeuvre de cette méthode est très délicate. Il faut apporter un grand soin à l'estimation des paramètres du modèle de Cox-Ingersoll-Ross, il faut recourir à des techniques de réduction de variance pour éviter d'avoir de sérieux problèmes de temps de calcul, et il faut être précis dans l'algorithme de recherche de la durée d'immunisation puisque la courbe $D_e = F(D_a)$ est tracée avec une certaine imprécision due au caractère stochastique de la méthode employée...

5- CONCLUSION

La démarche qui vient d'être exposée prouve, s'il en était besoin, à quel point la gestion des produits financiers modernes est difficile.

Elle démontre comment les méthodes stochastiques récemment introduites en finance contribuent à maîtriser cette complexité. Mais au delà des traitements mathématiques et des équations, la construction de ce modèle est le fruit d'un dialogue entre des praticiens responsables de la gestion financière d'une compagnie d'assurance, PREDICA, et une équipe de recherche-développement spécialisée en finance quantitative, ARCAS. A ce titre, cette coopération a suscité un échange culturel fructueux dont le champ d'investigation est finalement plus riche que celui que l'on espérait.

B I B L I O G R A P H I E

- 1- Brys Eric, Crouhy Michel (1990)
The Price of Immunity
Risk, vol 3-10, 54-58
- 2- Cox J.C., Ingersoll J.E. & Ross S.A. (1985)
A Theory of the Term Structure of Interest Rates
Econometrica, 53, 385 - 407
- 3- Hicks J. (1939)
Value and Capital
Oxford University Press
- 4- Hopewell M.H. & Kaufman G.G. (1973)
Volatility and Term to Maturity : A generalized Respecification.
American Economic Review, 749 - 753

- 5- Ingersoll J.E, Skelton J. & Weil R. (1978)
Duration forty years later
Journal of Financial and Quantitative Analysis, 13
- 6- Macaulay F. (1938)
Some theoretical problems suggested by the movements
of Interest Rates, Bond yields and Stocks prices
since 1856
New York NBER
- 7- Roncet P. et Aftation F. (1987)
Le Matif
EUF
- 8- Redington F.M (1952)
Review of the Principles of Life Office Valuation
Journal of the Institute of Actuaries, 78, 286 - 315
- 9- B. Dupire, F.M. Durand, E. Le Gentil, F. Lutsman (1990)
La gestion financière des contrats à taux majorés
Communication Libre AFIR 1990
- 10- F.M. Durand, E. Le Gentil, F. Lutsman, P. Simonet (1990)
Compétitivité des produits d'assurance à caractère
d'épargne et des produits financiers.
Communication Libre AFIR 1990
- 11- H. Jakubowicz, S. Ménart (1986)
Assurance-vie et produits de capitalisation
Mémoire Centre d'Etudes Actuarielles 1986
- 12- G. Croset (1990)
La gestion des bons d'assurance et de capitalisation à
taux garanti.
Actes du colloque AFIR 1990, vol 4, 151